

1 背理法（帰謬法）

ある主張（判断）を真とすると、そこから不条理な結果が生じることを示して、この主張（判断）を否定する論法

1.1 棄却

主張 A：阪神タイガースは世界一強い野球チームである

1. 主張 A を真と仮定する（つまり、「阪神は世界一強い」と仮定してみる）
2. 世界一強いチームが日本のリーグで最下位になることなどない
→ しかし実際には、阪神は、セリーグで何年も最下位にいた
→ これは不条理である
3. よって主張 A は誤り（「阪神が世界一強い」ことなどありえない）
(この推論のポイント)
 1. 否定してしまいたい主張をあえて真（正しい）と仮定してみる
 2. その仮定のもとでは起こりそうにないことが生じていることを示す
 3. よって、最初の主張を否定する（棄却 reject）

1.2 受容

主張 B：読売ジャイアンツは日本一強い野球チームである

1. 主張 B を真と仮定する（つまり、「巨人は日本一強い」と仮定してみる）
2. 巨人は、たしかに、何度も日本一になっている。
→ おかしな点が見つからない ;;
3. 主張 B を否定できない
(「巨人が日本一強い」という主張を認めざるをえない)
(この推論のポイント)
 1. 否定してしまいたい主張をあえて真と仮定してみる
 2. しかし、矛盾を示せない（真と仮定してもおかしくない）
 3. よって、最初の主張を認めざるをえない（受容 accept）

2 統計的検定のロジック

ある命題（主張、判断）を真とすると、ほんの数%の確率でしか起こり得ないような調査結果（分析結果）が生じていることを示して、この命題（主張、判断）を否定する論法

2.1 棄却

命題 A：桃大生中の阪神ファンの比率は 50 % を越えている

1. 命題 A を真と仮定してみる
（帰無仮説：「桃大生中の阪神ファンの比率は 50 % である」）
2. 先日の調査ではランダムに選んだ 100 人の桃大生中 10 人が阪神ファンと答えた。
→ 帰無仮説のもとでこのような調査結果が生じる確率（P 値）は 0.1 % にも満たない¹。
→ これは不条理である。
3. よって命題 A は誤り（帰無仮説を棄却）

2.2 受容

命題 B：桃大生中の小泉内閣支持率は 20 % を下回っている

1. 命題 B を真と仮定してみる
（帰無仮説：「桃大生中の小泉支持率は 20 % である」）
2. 先日の調査ではランダムに選んだ 100 人の桃大生中 19 人が内閣支持を表明した。
→ 帰無仮説のもとでこのような調査結果が生じる確率（P 値）は 40 % くらい。
→ これは、十分に生じうる妥当な調査結果である。
3. よって命題 B を否定できない（帰無仮説を受容）

2.3 有意水準

ほんの数%の確率でしか起こり得ないような調査結果（分析結果）

この棄却と受容の境目となる境界線が有意水準 — 通常は 5 %（厳しく検定するときには 1 %、甘目に検定するときには 10 % を用いることもある）。

¹この確率計算の方法は、すぐ後に説明するが、区間推定の定理から簡単に計算できる

3 統計的検定の実際

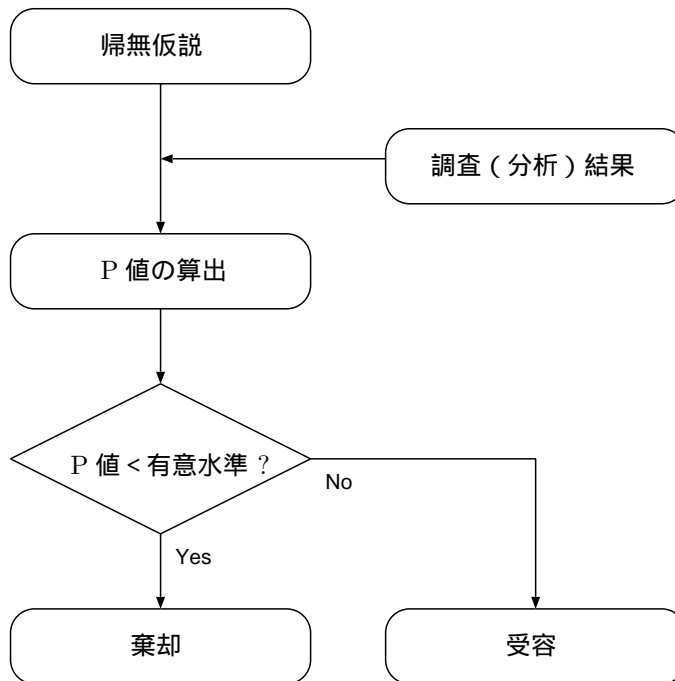


図 1: 統計的検定の一般的な手順

3.1 例題

3.1.1 帰無仮説、調査結果

帰無仮説：桃大生中の阪神ファンの比率は 10 % である。

調査結果：100 人の桃大生のうち阪神ファンは 30 人だった。

母集団（桃大生全体）における阪神ファンの比率を r 、標本中の阪神ファンの比率を \hat{r} 、標本数を n とすると、これらは次のように書ける。

帰無仮説： $r = 0.1$

調査結果： $\hat{r} = 0.3$ ($n = 100$)

3.1.2 P 値の算出

P 値 (帰無仮説のもとで調査結果が生じる確率) を計算するには、区間推定のときに用いた次の定理が使える。

$$\hat{r} \sim N\left(r, \frac{r(1-r)}{\sqrt{n}}\right)$$

帰無仮説が正しいとすると ($r = 0.1, n = 100$ であるから)

$$\hat{r} \sim N(0.1, 0.009)$$

したがって

$$P[\hat{r} \geq 0.3] = 1 - NormDist(0.3, 0.1, 0.009, TRUE) = 0.0$$

つまり、帰無仮説のもとで ($r = 0.1$ ならば) このような調査結果 ($\hat{r} = 0.3$) が生じる確率は 0% である (ほんとうに $r = 1$ ならば $\hat{r} = 0.3$ などという調査結果は生じるはずもない)。

3.1.3 有意水準、棄却、受容

P 値 (0%) < 有意水準 (5%) であるから、帰無仮説は棄却される。

3.1.4 片側検定*

上の帰無仮説を、たとえば $r = 0.09$ としても P 値は 0 である。つまり、桃大生中の阪神ファンの比率は 10% を下回っている ($r < 0.1$) という帰無仮説も棄却できることがわかる。

3.2 練習問題

有意水準を 5% として、次のような仮説の検定を行ってみよう。

1. 帰無仮説：桃大生中の小泉内閣支持率は 10% である。
調査結果：100 人の桃大生のうち小泉支持を表明したのは 15 人だった。
2. 帰無仮説：桃大における日本 = トルコ戦の視聴率は 80% である。
調査結果：30 人の桃大生に聞いたところ、22 人が観戦したと答えた。
3. 帰無仮説：桃大生の一日平均睡眠時間は 6 時間である。
調査結果：50 人の平均は 6.5 時間、標準偏差は 1.2 時間だった。